



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°249



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 5.
3. Ajoute 8.
4. Retranche le double du nombre choisi.
5. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **8**, puis au nombre **24**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **3** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 3, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 8	avec 24
Nombre choisi	8	24
Multiplie par 5	40	120
Ajoute 8	48	128
Retranche le double du nombre choisi	32	80
Ajoute 1	33	81

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Multiplie par 5 : $5n$

Ajoute 8 : $5n + 8$

Retranche le double du nombre choisi : $3n + 8$

Ajoute 1 : $3n + 9$

Le résultat est toujours un multiple de 3.

L'expression finale est $3n + 9$. On met 3 en facteur :

$$3n + 9 = 3(n + 3)$$

Or n est un nombre entier, donc $n + 3$ en est un aussi : le résultat s'écrit $3 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 3.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .