



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°261



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 14.
3. Multiplie par 5.
4. Ajoute le nombre choisi.
5. Ajoute 2.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **3**, puis au nombre **12**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **3** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 3, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 3	avec 12
Nombre choisi	3	12
Ajoute 14	17	26
Multiplie par 5	85	130
Ajoute le nombre choisi	88	142
Ajoute 2	90	144

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute 14 : **n + 14**

Multiplie par 5 : **5n + 70**

Ajoute le nombre choisi : **6n + 70**

Ajoute 2 : **6n + 72**

Le résultat est toujours un multiple de 3.

L'expression finale est **6n + 72**. On met 3 en facteur :

$$6n + 72 = 3(2n + 24)$$

Or n est un nombre entier, donc 2n + 24 en est un aussi : le résultat s'écrit $3 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 3.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n.