



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°266



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retranche 6.
3. Multiplie par 4.
4. Ajoute le double du nombre choisi.
5. Retranche 4.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **4**, puis au nombre **19**.
2. Exprime le résultat en fonction du nombre choisi, appelé n .
3. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir **20** ? Justifie par un calcul, pas par essais successifs.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 4	avec 19
Nombre choisi	4	19
Retranche 6	−2	13
Multiplie par 4	−8	52
Ajoute le double du nombre choisi	0	90
Retranche 4	−4	86

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Retranche 6 : $n - 6$

Multiplie par 4 : $4n - 24$

Ajoute le double du nombre choisi : $6n - 24$

Retranche 4 : $6n - 28$

Le résultat vaut $6n - 28$, où n est le nombre choisi.

Pour la dernière question, on résout l'équation :

$$6n - 28 = 20$$

$$6n = 20 + 28 = 48$$

$$n = 48 \div 6 = 8$$

Il faut choisir 8. Vérification : le programme appliqué à 8 donne bien 20.

Pourquoi une équation plutôt que des essais. Chercher au hasard peut marcher, mais ne dit pas s'il existe d'autres solutions. L'équation, elle, donne la réponse **et** garantit qu'il n'y en a pas d'autre.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .