



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°273



PCAL0273

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 14.
3. Ajoute le nombre choisi.
4. Multiplie par 2.
5. Ajoute le nombre choisi.
6. Ajoute 2.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **3**, puis au nombre **11**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **5** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 5, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 3	avec 11
Nombre choisi	3	11
Ajoute 14	17	25
Ajoute le nombre choisi	20	36
Multiplie par 2	40	72
Ajoute le nombre choisi	43	83
Ajoute 2	45	85

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Ajoute 14 : $n + 14$

Ajoute le nombre choisi : $2n + 14$

Multiplie par 2 : $4n + 28$

Ajoute le nombre choisi : $5n + 28$

Ajoute 2 : $5n + 30$

Le résultat est toujours un multiple de 5.

L'expression finale est $5n + 30$. On met 5 en facteur :

$$5n + 30 = 5(n + 6)$$

Or n est un nombre entier, donc $n + 6$ en est un aussi : le résultat s'écrit $5 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 5.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .