



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°279



PCAL0279

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retranche 3.
3. Retranche le triple du nombre choisi.
4. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **6**, puis au nombre **10**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **2** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 2, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 6	avec 10
Nombre choisi	6	10
Retranche 3	3	7
Retranche le triple du nombre choisi	-15	-23
Ajoute 1	-14	-22

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Retranche 3 : $n - 3$

Retranche le triple du nombre choisi : $-2n - 3$

Ajoute 1 : $-2n - 2$

Le résultat est toujours un multiple de 2.

L'expression finale est $-2n - 2$. On met 2 en facteur :

$$-2n - 2 = 2(-n - 1)$$

Or n est un nombre entier, donc $-n - 1$ en est un aussi : le résultat s'écrit $2 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 2.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .