



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°309



PCAL0309

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 4.
3. Multiplie par 6.
4. Ajoute le quadruple du nombre choisi.
5. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **2**, puis au nombre **23**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **5** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 5, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 2	avec 23
Nombre choisi	2	23
Ajoute 4	6	27
Multiplie par 6	36	162
Ajoute le quadruple du nombre choisi	44	254
Ajoute 1	45	255

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute 4 : **n + 4**

Multiplie par 6 : **6n + 24**

Ajoute le quadruple du nombre choisi : **10n + 24**

Ajoute 1 : **10n + 25**

Le résultat est toujours un multiple de 5.

L'expression finale est **10n + 25**. On met 5 en facteur :

$$10n + 25 = 5(2n + 5)$$

Or n est un nombre entier, donc $2n + 5$ en est un aussi : le résultat s'écrit $5 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 5.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n.