



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°33



PCAL0033

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 2.
3. Multiplie par 5.
4. Retranché 15.
5. Ajoute le nombre choisi.
6. Ajoute 2.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **9**, puis au nombre **15**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **3** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 3, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.



Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 9	avec 15
Nombre choisi	9	15
Ajoute 2	11	17
Multiplie par 5	55	85
Retranche 15	40	70
Ajoute le nombre choisi	49	85
Ajoute 2	51	87

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Ajoute 2 : $n + 2$

Multiplie par 5 : $5n + 10$

Retranche 15 : $5n - 5$

Ajoute le nombre choisi : $6n - 5$

Ajoute 2 : $6n - 3$

Le résultat est toujours un multiple de 3.

L'expression finale est $6n - 3$. On met 3 en facteur :

$$6n - 3 = 3(2n - 1)$$

Or n est un nombre entier, donc $2n - 1$ en est un aussi : le résultat s'écrit $3 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 3.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .