



## Le programme de calcul

Problème — Fiche n°348



PCAL0348

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler  $n$  le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

### Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retranches le triple du nombre choisi.
3. Ajoute 3.
4. Retranches le nombre choisi.
5. Ajoute 5.
6. Ajoute le triple du nombre choisi.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **6**, puis au nombre **16**.
2. Que remarques-tu ? Essaie avec un troisième nombre de ton choix.
3. Démonstre que le résultat est **toujours le même**, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

## Correction

### Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

| Étape                                | avec 6 | avec 16 |
|--------------------------------------|--------|---------|
| Nombre choisi                        | 6      | 16      |
| Retranche le triple du nombre choisi | -12    | -32     |
| Ajoute 3                             | -9     | -29     |
| Retranche le nombre choisi           | -15    | -45     |
| Ajoute 5                             | -10    | -40     |
| Ajoute le triple du nombre choisi    | 8      | 8       |

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle  $n$  le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi :  $n$

Retranche le triple du nombre choisi :  $-2n$

Ajoute 3 :  $-2n + 3$

Retranche le nombre choisi :  $-3n + 3$

Ajoute 5 :  $-3n + 8$

Ajoute le triple du nombre choisi : 8

**Le résultat est toujours 8, quel que soit le nombre choisi.**

L'expression finale est 8 : la lettre  $n$  a disparu. C'est exactement ce que veut dire « le résultat ne dépend pas du nombre choisi » — et aucun essai numérique, si nombreux soit-il, ne pouvait l'établir.

**La règle du jeu.** Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre  $n$ .