



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°372



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retranche le double du nombre choisi.
3. Multiplie par 3.
4. Ajoute 15.
5. Ajoute le triple du nombre choisi.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **5**, puis au nombre **20**.
2. Que remarques-tu ? Essaie avec un troisième nombre de ton choix.
3. Démonstre que le résultat est **toujours le même**, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 5	avec 20
Nombre choisi	5	20
Retranche le double du nombre choisi	−5	−20
Multiplie par 3	−15	−60
Ajoute 15	0	−45
Ajoute le triple du nombre choisi	15	15

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Retranche le double du nombre choisi : **−n**

Multiplie par 3 : **−3n**

Ajoute 15 : **−3n + 15**

Ajoute le triple du nombre choisi : **15**

Le résultat est toujours 15, quel que soit le nombre choisi.

L'expression finale est **15** : la lettre **n** a disparu. C'est exactement ce que veut dire « le résultat ne dépend pas du nombre choisi » — et aucun essai numérique, si nombreux soit-il, ne pouvait l'établir.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre **n**.