



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°381



PCAL0381

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 6.
3. Retranche le nombre choisi.
4. Retranche 3.
5. Ajoute le nombre choisi.
6. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **5**, puis au nombre **15**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **2** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 2, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 5	avec 15
Nombre choisi	5	15
Multiplie par 6	30	90
Retranche le nombre choisi	25	75
Retranche 3	22	72
Ajoute le nombre choisi	27	87
Ajoute 1	28	88

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Multiplie par 6 : $6n$

Retranche le nombre choisi : $5n$

Retranche 3 : $5n - 3$

Ajoute le nombre choisi : $6n - 3$

Ajoute 1 : $6n - 2$

Le résultat est toujours un multiple de 2.

L'expression finale est $6n - 2$. On met 2 en facteur :

$$6n - 2 = 2(3n - 1)$$

Or n est un nombre entier, donc $3n - 1$ en est un aussi : le résultat s'écrit $2 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 2.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .