



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°387



PCAL0387

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Retranche le double du nombre choisi.
3. Ajoute 15.
4. Retranche le triple du nombre choisi.
5. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **8**, puis au nombre **12**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **2** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 2, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 8	avec 12
Nombre choisi	8	12
Retranche le double du nombre choisi	−8	−12
Ajoute 15	7	3
Retranche le triple du nombre choisi	−17	−33
Ajoute 1	−16	−32

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Retranche le double du nombre choisi : **−n**

Ajoute 15 : **−n + 15**

Retranche le triple du nombre choisi : **−4n + 15**

Ajoute 1 : **−4n + 16**

Le résultat est toujours un multiple de 2.

L'expression finale est **−4n + 16**. On met 2 en facteur :

$$-4n + 16 = 2(-2n + 8)$$

Or **n** est un nombre entier, donc **−2n + 8** en est un aussi : le résultat s'écrit $2 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 2.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre **n**.