



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°39



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute le nombre choisi.
3. Ajoute 2.
4. Ajoute le nombre choisi.
5. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **9**, puis au nombre **23**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **3** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 3, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 9	avec 23
Nombre choisi	9	23
Ajoute le nombre choisi	18	46
Ajoute 2	20	48
Ajoute le nombre choisi	29	71
Ajoute 1	30	72

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute le nombre choisi : **2n**

Ajoute 2 : **2n + 2**

Ajoute le nombre choisi : **3n + 2**

Ajoute 1 : **3n + 3**

Le résultat est toujours un multiple de 3.

L'expression finale est **3n + 3**. On met 3 en facteur :

$$3n + 3 = 3(n + 1)$$

Or n est un nombre entier, donc n + 1 en est un aussi : le résultat s'écrit $3 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 3.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n.