



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°393



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 9.
3. Multiplie par 3.
4. Ajoute le nombre choisi.
5. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **2**, puis au nombre **14**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **4** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 4, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 2	avec 14
Nombre choisi	2	14
Ajoute 9	11	23
Multiplie par 3	33	69
Ajoute le nombre choisi	35	83
Ajoute 1	36	84

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Ajoute 9 : $n + 9$

Multiplie par 3 : $3n + 27$

Ajoute le nombre choisi : $4n + 27$

Ajoute 1 : $4n + 28$

Le résultat est toujours un multiple de 4.

L'expression finale est $4n + 28$. On met 4 en facteur :

$$4n + 28 = 4(n + 7)$$

Or n est un nombre entier, donc $n + 7$ en est un aussi : le résultat s'écrit $4 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 4.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .