



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°51



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute le nombre choisi.
3. Ajoute 13.
4. Ajoute le double du nombre choisi.
5. Ajoute 3.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **4**, puis au nombre **18**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **4** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 4, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 4	avec 18
Nombre choisi	4	18
Ajoute le nombre choisi	8	36
Ajoute 13	21	49
Ajoute le double du nombre choisi	29	85
Ajoute 3	32	88

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute le nombre choisi : **2n**

Ajoute 13 : **2n + 13**

Ajoute le double du nombre choisi : **4n + 13**

Ajoute 3 : **4n + 16**

Le résultat est toujours un multiple de 4.

L'expression finale est **4n + 16**. On met 4 en facteur :

$$4n + 16 = 4(n + 4)$$

Or n est un nombre entier, donc n + 4 en est un aussi : le résultat s'écrit $4 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 4.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n.