



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°63



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 4.
3. Multiplie par 3.
4. Ajoute le double du nombre choisi.
5. Ajoute 3.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **5**, puis au nombre **25**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **5** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 5, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.



Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 5	avec 25
Nombre choisi	5	25
Ajoute 4	9	29
Multiplie par 3	27	87
Ajoute le double du nombre choisi	37	137
Ajoute 3	40	140

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Ajoute 4 : **n + 4**

Multiplie par 3 : **3n + 12**

Ajoute le double du nombre choisi : **5n + 12**

Ajoute 3 : **5n + 15**

Le résultat est toujours un multiple de 5.

L'expression finale est **5n + 15**. On met 5 en facteur :

$$5n + 15 = 5(n + 3)$$

Or n est un nombre entier, donc n + 3 en est un aussi : le résultat s'écrit $5 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 5.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n.