



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°64



PCAL0064

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici **deux** programmes de calcul :

Programme A

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 2.
3. Ajoute 1.

Programme B

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 1.
3. Multiplie par 2.
4. Retranche 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique les deux programmes au nombre **8**, puis au nombre **22**.
2. Que remarques-tu ?
3. Démonstre que les deux programmes donnent **toujours** le même résultat.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. Programme A :

Étape	avec 8	avec 22
Nombre choisi	8	22
Multiplie par 2	16	44
Ajoute 1	17	45

Programme B :

Étape	avec 8	avec 22
Nombre choisi	8	22
Ajoute 1	9	23
Multiplie par 2	18	46
Retranche 1	17	45

2. Les deux programmes donnent le même résultat sur les nombres essayés.

3. Deux essais ne prouvent rien. On reprend chaque programme avec la lettre n :

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme A avec la lettre :

Nombre choisi : n

Multiplie par 2 : $2n$

Ajoute 1 : $2n + 1$

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme B avec la lettre :

Nombre choisi : n

Ajoute 1 : $n + 1$

Multiplie par 2 : $2n + 2$

Retranche 1 : $2n + 1$

Les deux programmes aboutissent à la même expression, $2n + 1$: ils donnent donc le même résultat pour n'importe quel nombre choisi.

Ce qui est réellement démontré. Ce n'est pas que les deux programmes se ressemblent, c'est qu'ils sont **égaux pour tout nombre** — y compris négatif ou décimal. Le calcul littéral dit en une ligne ce qu'aucune liste d'essais ne pourrait établir.