



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°69



Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 6.
3. Ajoute 14.
4. Multiplie par 3.
5. Ajoute le double du nombre choisi.
6. Ajoute 2.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **7**, puis au nombre **11**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **4** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 4, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 7	avec 11
Nombre choisi	7	11
Multiplie par 6	42	66
Ajoute 14	56	80
Multiplie par 3	168	240
Ajoute le double du nombre choisi	182	262
Ajoute 2	184	264

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Multiplie par 6 : $6n$

Ajoute 14 : $6n + 14$

Multiplie par 3 : $18n + 42$

Ajoute le double du nombre choisi : $20n + 42$

Ajoute 2 : $20n + 44$

Le résultat est toujours un multiple de 4.

L'expression finale est $20n + 44$. On met 4 en facteur :

$$20n + 44 = 4(5n + 11)$$

Or n est un nombre entier, donc $5n + 11$ en est un aussi : le résultat s'écrit $4 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 4.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .