



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°81



PCAL0081

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie par 4.
3. Retranche 11.
4. Retranche le double du nombre choisi.
5. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **3**, puis au nombre **11**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **2** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 2, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 3	avec 11
Nombre choisi	3	11
Multiplie par 4	12	44
Retranche 11	1	33
Retranche le double du nombre choisi	-5	11
Ajoute 1	-4	12

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle **n** le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : **n**

Multiplie par 4 : **4n**

Retranche 11 : **4n - 11**

Retranche le double du nombre choisi : **2n - 11**

Ajoute 1 : **2n - 10**

Le résultat est toujours un multiple de 2.

L'expression finale est **2n - 10**. On met 2 en facteur :

$$2n - 10 = 2(n - 5)$$

Or n est un nombre entier, donc n - 5 en est un aussi : le résultat s'écrit $2 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 2.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n.