



Le programme de calcul

Problème — Fiche n°87



PCAL0087

Un programme de calcul à appliquer, un résultat à observer, et surtout une propriété à démontrer. Essayer sur deux ou trois nombres ne prouve rien : il faut appeler n le nombre choisi et mener le calcul avec la lettre.

Le programme de calcul

Voici un programme de calcul :

1. Choisis un nombre.
2. Ajoute le double du nombre choisi.
3. Retrancher 13.
4. Ajoute le nombre choisi.
5. Ajoute 1.

Réponds aux trois questions, dans l'ordre : la première se fait de tête, la dernière demande une démonstration.

1. Applique ce programme au nombre **8**, puis au nombre **14**.
2. Les deux résultats sont-ils des multiples de **2** ?
3. Démonstre que le résultat est **toujours** un multiple de 2, quel que soit le nombre choisi.

Fais tes calculs au brouillon, puis rédige.

Correction

Le programme de calcul — Correction

1. On applique le programme pas à pas :

Étape	avec 8	avec 14
Nombre choisi	8	14
Ajoute le double du nombre choisi	24	42
Retranche 13	11	29
Ajoute le nombre choisi	19	43
Ajoute 1	20	44

2. et 3. Un tableau de nombres ne démontre rien : il faut refaire le calcul avec une lettre.

On appelle n le nombre choisi et on refait le programme avec la lettre :

Nombre choisi : n

Ajoute le double du nombre choisi : $3n$

Retranche 13 : $3n - 13$

Ajoute le nombre choisi : $4n - 13$

Ajoute 1 : $4n - 12$

Le résultat est toujours un multiple de 2.

L'expression finale est $4n - 12$. On met 2 en facteur :

$$4n - 12 = 2(2n - 6)$$

Or n est un nombre entier, donc $2n - 6$ en est un aussi : le résultat s'écrit $2 \times (\text{un entier})$, c'est donc un multiple de 2.

La règle du jeu. Un exemple peut **infirmer** une affirmation — il suffit d'un contre-exemple. Il ne peut jamais la **confirmer** : pour cela il faut un calcul qui vaut pour tous les nombres à la fois, et c'est précisément à quoi sert la lettre n .